DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek

Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

ANALISA TEGANGAN PADA PELAT DENGAN MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA
(Studi Kasus Pelat Konsol)

Sary Shandy

Universitas Khairun, Program Studi Teknik Sipil, Ternate, 97719, Indonesia

ABSTRAK

Pesatnya perkembangan teknologi pada saat ini, telah memunculkan berbagai jenis struktur Pelat yang rumit misalnya pada struktur jembatan, pesawat terbang, bangunan, dan produk industri lainnya. Pada analisa struktur yang demikian kompleks, metode eksak akan sulit digunakan. Kompleksitas struktur tersebut menyangkut beberapa hal, antara lain: kerumitan bentuk struktur yang kerap kali tidak simestris, karakteristik material yang nonlinier, dan kondisi pembebanan yang rumit. Metode Elemen Hingga adalah suatu teknik khusus pendekatan fungsi solusi dengan elemen. Berdasarkan konsep dari Metode Elemen Hingga, yaitu proses Diskritisasi, maka suatu sistem akan di bagi-bagi menjadi elemen-elemen yang lebih kecil. Perhitungan menggunakan metode ini lebih cepat, namun membutuhkan ketelitian dalam menggunakannya. Studi titik dengan menganalisa Pelat yang mempunyai tebal 20 cm, panjang bentang 3,6 m dan lebar bentang 1,5 m, dengan tumpuan jepit di sala satu sisi dan bebas pada sisi yang berhadapan dengan tumpuannya. Ketelitian dengan menggunakan metode ini sangat tergantung pada pengambilan jumlah elemen pengganti dari suatu struktur yang ditinjau. Makin banyak jumlah elemen yang digunakan tingkat ketelitian semakin besar. Adapun hasil perhitungan dengan Metode Elemen Hingga diperoleh tegangan maksimum adalah sebesar 2976369,99 kg/cm^2. Dan demgan metode Analitis sebesar 2977489 kg/cm^2. Persentase selisih hasil kedua metode adalah sebesar 11,13%.

Kata kunci : Analisis, Metode Elemen Hingga, Pelat

1. Pendahuluan

Pesatnya perkembangan teknologi pada saat ini, telah memunculkan berbagai jenis struktur pelat yang rumit misalnya pada struktur jembatan, pesawat terbang, bangunan dan produk industri lainnya. Pada analisa struktur yang demikian kompleks, metode eksak akan sulit digunakan. Kompleksitas struktur tersebut menyangkut beberapa hal, antara lain: kerumitan bentuk sruktur yang yang kerap kali tidak simetris, karakteristik material yang nonlinier, dan kondisi pembebanan yang rumit. Perhitungan menggunakan

Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

metode eksak tidak mungkin digunakan pada struktur dengan kompleksibilitas yang sedemikian rumit, karena penyelesaian eksak hanya hanya dapat diperoleh untuk kasus yang paling sederhana.

Sebagai alternatif yang lebih baik, maka mulailah dikembangkan berbagai metode numerik yang merupakan suatu metode pendekatan terhadap solusi eksak dengan seteliti mungkin. Metode numerik adalah suatu rekayasa matematika yang mentransformasikan ekspresi mekanika kontinu (bentuk kalkulus dan persamaan diferensial) menjadi ekspresi mekanika distrit (bentuk matriks).

Metode elemen hingga adalah perluasan metode matriks perpindahan ke matriks perpindahan ke analisis kontinum struktural. Kontinum suatu suatu pelat diganti dengan struktur pengganti yang terdiri dari elemen- elemen distrit, yang dibatasi oleh garis-garis pertemuan yang lurus atau lengkung dan memiliki semua sifat bahan yang sama seperti pelat semula, yang saling berhubungan hanya di titik-titik simpul. Hubungan ini sedemikian rupa hingga kontinuitas tegangan dan perpindahan yang sebenarnya pada pelat bisa didekati oleh perpindahan kontinum pada analisis matriks perpindahan didekati oleh perpindahan elemen-elemen hingga, kriteria konvergensi yang paling umum dalam cara elemen hingga adalah :

Energi total pada sistem pengganti yang diperoleh dengan rakitan elemen-elemen hingga harus mendekati energi total struktur semula bila jumlah elemen diperbanyak sampai tidak berhingga.

Karena energi potensial sistem pengganti berkaitan dengan matriks kekakuan, matriks perpindahan ini harus memenuhi kriteria khusus berikut : (1). Idealisasi elemen sesedikit mungkin, (2). Kemiripan antar pola perubahan bentuk pada daerah yang sesuai dalam kontinum semula harus dipertahankan, (3). Semua perpindahan titik simpul harus ditinjau, (4). Kompatibilitas semua perpindahan dan tegangan dalam elemen hingga harus harus dipertahankan, (5). Kompatibilitas semua perpindahan tepi dan tegangan di sepanjang tepi-tepi elemen yang bersebelahan harus dipenuhi, (6). Elemen-elemen tidak boleh mengalami regangan bila terjadi perpindahan benda tegar (*rigid body*), (7). Fungsi perpindahan yang ditetapkan untuk suatu elemen harus mampu menyatakan semua regangan yang mungkin terjadi dan regangan tersebut harus menuju ke suatu nilai jika elemen diperkecil, (8). Keseimbangan makroskopik elemen harus dipenuhi, (9). Untuk masalah dinamis, energi kinetik pada sistem semula jika elemen diperbanyak sampai tak terhingga.

Teknik analisa struktur dengan metode elemen hingga tidak dipengaruhi oleh jenis elemen yang dipakai asalkan koefisien kekeakuan bahan yang sesuai tersedia.

Konvergensi dan ketepatan penyelesaian yang bisa diperoleh sangat tergantung pada pola perubahan bentuk yang dipilih untuk elemen-elemen hingga sebagai pengganti struktur kontinum sebenarnya. Karena penetapan pola perubahan untuk untuk elemen-elemen, sehingga elemen hingga yang diperoleh disebut model perpindahan. Dan sebagai ganti perpindahan dapat juga ditetapkan pola distribusi tegangan yang dalam elemen dan tepi-tepinya. Dengan cara ini kita akan mendapatkan model keseimbangan.

Untuk bahan struktur yang bersifat orthotropis dan menunjukan bahan elastis linier yang jelas, hukum Hooke satu dimensi menghubungkan tegangan normal dan regangan sebagai, $\sigma = E \bullet \varepsilon$. Dimana σ

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek

Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

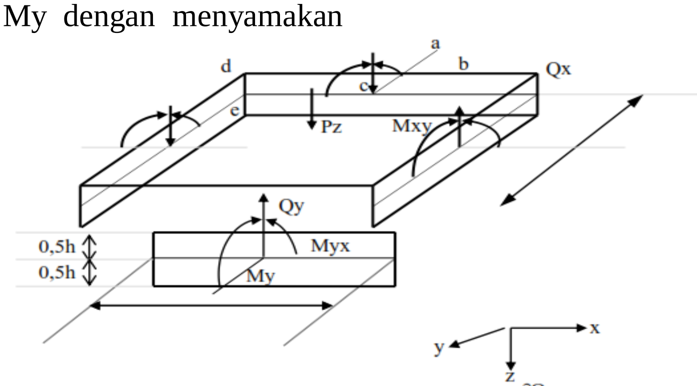
adalah Tegangan, E adalah *modulus elastisitas Young*, dan ε adalah Regangan.
Gaya dalam dalam fungsi perpindahan dalam hal ini, komponen tegangan σ_x dan σ_y yang menimbulkan momen lentur pada pelat, dan tegangan geser $\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$ yang menimbulkan momen punter pada pelat. Jadi dengan mengintegrasikan komponen tegangan normal dan tegangan geser tersebut akan diperoleh momen lentur dan punter yang bekerja pada pelat.

Keseimbangn Elemen Pelat Dengan menganggap pelat hanya memikul beban lateral maka tiga persamaan keseimbangan dasar pelat, yaitu $\Sigma M_x = 0$, $\Sigma M_y = 0$, $\Sigma P_z = 0$.
Jadi beban luar Pz dipikul oleh gaya geser transversal Qx dan Qy serta oleh momen lentur Mx dan My dengan menyamakan jumlah momen semua gaya dalam baik terhadap sumbu X maupun sumbu Y dengan nol.
Untuk sumbu Y :

$$\left(m_x + \frac{\partial m_x}{\partial x}dx\right)dy - m_x dy + \left(m_{yx} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y}dy\right)dx - \quad ..(1)$$
$$m_{yx}dx - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}dx\right)dy\frac{dx}{2} - q_x dy\frac{dx}{2} = 0$$

Dimana :

$$\frac{1}{2} \bullet \frac{\partial q_x}{\partial x}(dx)^2 dy \approx 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$



(a)gambar yang terperinci

$$d = Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x}dx$$

$$e = M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}dx$$

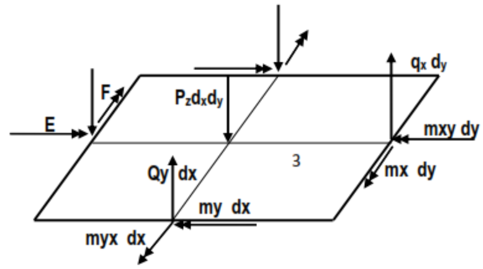
$$f = M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x}dx$$

$$a = Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y}dy$$

$$b = M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y}dy$$

$$c = M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y}dy$$

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54



(b). gambar skematik

$$D = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy \qquad A = \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx$$

$$E = \left(m_{xy} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} dx \right) dy \qquad B = \left(m_{yx} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} dy \right) dx$$

$$F = \left(m_x + \frac{\partial m_x}{\partial x} dx \right) dy \qquad C = \left(m_y + \frac{\partial m_y}{\partial y} dy \right) dx$$

Gambar 1. Gaya dalam dan luar pada elemen bidang

2. METODOLOGI PENELITIAN

Jenis penelitian dilakukan dengan cara studi literatur yaitu analisis tegangan pada pelat konsoll dengan metode elemen hingga. Sumber data didapat dari beberapa beberapa literatur yang dikumpulkan sebagai bahan analisis pada metode elemen hingga

Secara umum penyelesaian struktur pelat yang dilakukan dengan menggunakan metode elemen hingga dirumuskan sebagai berikut :

1. Membagi kontinum pelat menjadi sejumlah elemen dengan bentuk permodelan tertentu (segi tiga, segi empat dan lain-lain)
2. Menentukan titik pada elemen. Titik ini disebut titik nodal utama
3. Mengasumsikan fungsi peralihan pada setiap elemen. Semua elemen harus memenuhi syarat hubungan Regangan-Peralihan (ε-δ) dan hubungan Tegangan-Regangan (σ-ε) secara mekanika rekayasa.
4. Menentukan kekakuan dan beban eqivalensi pada setiap nodal
5. Menetapkan persamaan keseimbangan antara peralihan dan beban eqivalen dalam bentuk persamaan matriks untuk setiap titik nodal.
6. Menyelesaikan persamaan kesetimbangan untuk memperoleh peralihan titik nodal.

   [K] { δ } = { P }

   Dimana :

   δ = perpindahan /peralihan total titik nodal

   P = beban ekwivalen titik nodal

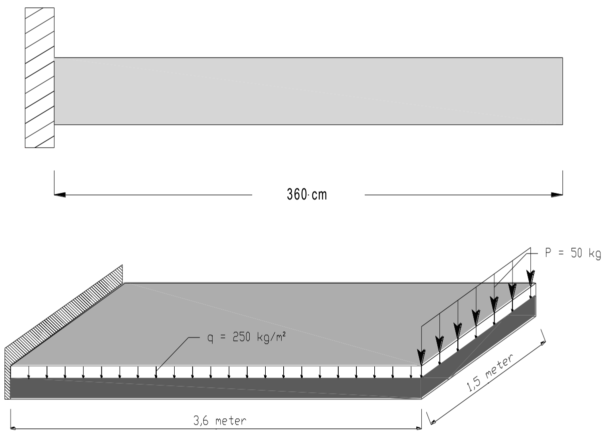
   K = kekakuan titik nodal
7. Menghitung besarnya tegangan pada titik tertentu dari elemen tersebut.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemodelan yang digunakan dalam penyelesaian contoh kasus adalah elemen segi empat dengan 4(empat) titik nodal. Contoh kasus digambarkan sebagai berikut :

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek

Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54



Gambar 2. Contoh kasus

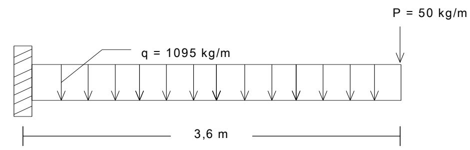
3.1. Perhitungan Tegangan Pada Struktur

3.1.1. Metode Eksak

Diketahui : γ_{beton} = 2400 kg/m^3, Panjang bentangan pelat = 3,6 meter, Lebar bentangan pelat = 1,5 meter, Tebal pelat = 20 cm, Berat sendiri pelat = 0,2 x 2400 kg/m^3 = 480 kg/m^2, Beban merata = 250 kg/m^2, Beban terpusat = 50 kg, Dengan mengasumsikan besarnya beban yang bekerja pada pelat merupakan berat sendiri pelat ditambah dengan beban merata yang bekerja pada pada permukaan pelat didapat : q merata = 250 kg/m^2, q pelat = 480 kg/m^2, q tot = q merata + q pelat= 730 kg/m^2.

q tot yang bekerja arah memanjang pelat = 730 kg/m^2 x 1,5 m = 1095 kg/m

dengan mekanika rekayasa dihitung besarnya tegangan yang bekerja pada struktur.



$$\sigma\max = \frac{Mmaks}{wx}$$

$$Mmaks = -\frac{w \times L^2}{2} + (-PL)$$

$$wx = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{3{,}6 \times 0{,}2^2}{6} = 0{,}024m^3$$

$$Mmaks = -\frac{1095 \times 3{,}6^2}{2} + (-50 \times 3{,}6)$$

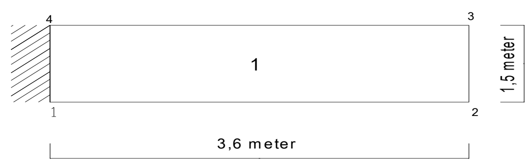
$$\sigma_{max} = \frac{7145{,}96kgm}{0{,}024m^3} = \quad 29774{,}83$$

kg/m^2

3.1.2. Metode elemen hingga

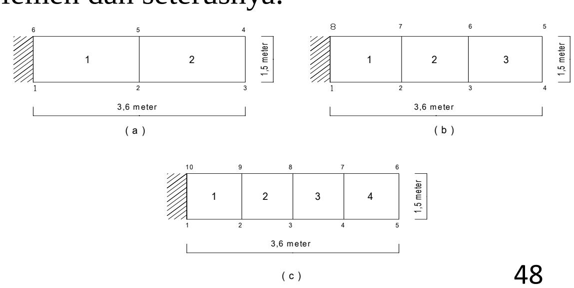
A. Penentuan titik nodal utama pada struktur.

Penomoran titik nodal elemen ditentukan dalam arah lawan perputaran jarum jam. Untuk struktur pelat yang dimodelisasi menjadi 1 elemen penomorannya digambarkan sebagai berikut :



Gambar 3.Modelisasi struktur menjadi 1 elemen

Demikian halnya dengan struktur yang dibagi menjadi 2 elemen, 3 elemen, 4 elemen dan seterusnya.

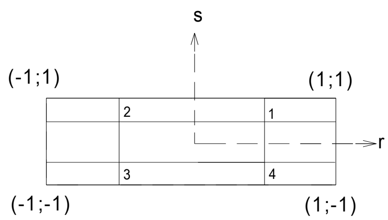


DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

Gambar 4. Modelisasi struktur menjadi beberapa elemen

(a) 2 elemen, (b) 3 elemen, (c) 4 elemen
Sumber : gambar manual 2011

Dalam sistem koordinat natural, ke empat node dari elemen dinyatakan dalam (s,r). Diingatkan kembali bahwa kedua sumbu koordinat ini tidak harus tegak lurus.



Gambar 5.Koordinat natural untuk elemen segi empat

Sebagai acuan perhitungan untuk menganalisa besarnya tegangan pada pelat, berikut adalah pembahasan perhitungan untuk struktur yang dibagi menjadi 3 elemen.

1. Penentuan titik nodal

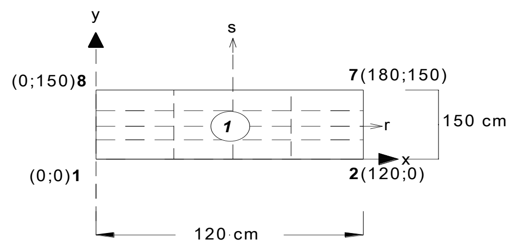
2. Fungsi perpindahan untuk elemen segi empat pada perpindahannya dapat didefenisikan dengan polinomial yang memiliki 4 konstanta pratentu. Sehingga untuk dua arah perpindahan transversal elemen segiempat tersebut memiliki 8 d.o.f elemen total.

$$f = u = A_1 + A_2.x + A_3.y + A_4.x.y$$
$$f = u = A_5 + A_6.x + A_7.y + A_8.x.y$$

fungsi perpindahan untuk tiap titik disajikan dalam bentuk matriks yang lengkap untuk satu elemen

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i.y_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & x_i.y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j.y_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & x_j.y_j \\ 1 & x_k & y_k & x_k.y_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & x_k.y_k \\ 1 & x_l & y_l & x_l.y_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & x_l.y_l \end{bmatrix} \bullet \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \end{Bmatrix}$$

Elemen I



Gambar 6.penentuan titik nodal untuk elemen 1

Displacemet global dalam arah x dan arah y :

$$u(s,r) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4$$
$$v(s,r) = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4$$

Untuk koordinat global:

$$x(s,r) = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4$$
$$y(s,r) = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4$$

Dimana *shape function*:

$$N_1 = \frac{(1-s)(1-r)}{4}$$
$$N_3 = \frac{(1+s)(1+r)}{4}$$
$$N_2 = \frac{(1+s)(1-r)}{4}$$
$$N_4 = \frac{(1-s)(1+r)}{4}$$

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek

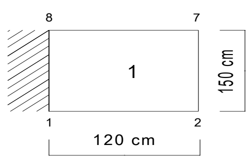
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

Fungsi perpindahan untuk elemen I(δ1), elemen II(δ2), dan elemen III(δ3)

$$\{\delta\}1=\begin{Bmatrix}u_1\\v_1\\u_2\\v_2\\u_7\\v_7\\u_8\\v_8\end{Bmatrix}\qquad \{\delta\}2=\begin{Bmatrix}u_2\\v_2\\u_3\\v_3\\u_6\\v_6\\u_7\\v_7\end{Bmatrix}\qquad \{\delta\}3=\begin{Bmatrix}u_3\\v_3\\u_4\\v_4\\u_5\\v_5\\u_6\\v_6\end{Bmatrix}$$

3. Menentukan kekakuan [K] pada tiap titik nodal.

Elemen I



Gambar 7. Elemen 1

Koordinat titik nodal untuk elemen 1 sesuai gambar 7 adalah sebagai berikut

x1 = 0	x2 = 120	x7 = 120	x8 = 0
y1 = 0	y2 = 0	y7 = 150	y8 = 150

Jumlah titiik integrasi yang digunakan pada elemen referensi adalah berjumlah 2 titik atau disebut integrasi titik Gauss 2 x 2. Sehinga berdasarkan ketentuan koordinat titik Gauss dan Faktor berat untuk integrasi Gauss (Mhd. Daud Pinem, "*Analisis struktur dengan Metode Elemen Hingga*" hal: 153), nilai koordinat s dan r serta faktor pemberat (w) untuk elemen 1 adalah sebagai berikut :

s = r = 0,57735; faktor pemberat arah x (Wi) dan arah y(Wj) = 1

angka poison (υ) = 0,3 ;elastisitas (E) = 2.10^5 kg/cm^2 ; tebal pelat (h) = 20 cm

rumus umum yang digunakan untuk mencari nilai matriks kekakauan adalah

$[k] = h.Wi.Wj.\,|J|.B^T.C.B$

Dimana :

[k] = matriks kekakuan; h = tebal pelat; Wi,Wj = faktor pemberat; |J| = determinan matriks jakobian; B = matriks beban node akibat berat sendiri (*BodyForce*); C = matriks bahan.

a. Mencari | *J* | determinan matriks Jakobian

$$J1 := \begin{pmatrix}\frac{s_1-1}{4} & \frac{1-s_1}{4} & \frac{1+s_1}{4} & \frac{-1-s_1}{4}\\ \frac{-1+r_1}{4} & \frac{-1-r_1}{4} & \frac{1+r_1}{4} & \frac{1-r_1}{4}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\\ x_7 & y_7\\ x_8 & y_8\end{pmatrix}$$

$$J1=\begin{pmatrix}83.66 & 0\\ 23.66 & 75\end{pmatrix}\qquad |J1| = 6.27\times 10^3\qquad J1^{-1}=\begin{pmatrix}11.953\times 10^{-3} & 0.000\\ -3.771\times 10^{-3} & 13.333\times 10^{-3}\end{pmatrix}$$

b. Mencari matriks C

$$C := \frac{E}{(1+\upsilon)\cdot(1-2\upsilon)}\cdot\begin{pmatrix}1-\upsilon & \upsilon & 0\\ 0 & 1-\upsilon & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\cdot\upsilon}{2}\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}2.69\times 10^5 & 1.15\times 10^5 & 0.00\times 10^0\\ 0.00\times 10^0 & 2.69\times 10^5 & 0.00\times 10^0\\ 0.00\times 10^0 & 0.00\times 10^0 & 7.69\times 10^4\end{pmatrix}$$

c. Mencari matriks B

Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

$$B := \begin{pmatrix} j11 & j12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j21 & j22 \\ 0 & j22 & j11 & j12 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{s_1 - 1}{4} & 0 & \frac{1 + s_1}{4} & 0 & \frac{1 + s_1}{4} & 0 & \frac{-(1 + s_1)}{4} & 0 \\ \frac{r_1 - 1}{4} & 0 & \frac{-(1 + r_1)}{4} & 0 & \frac{1 + r_1}{4} & 0 & \frac{1 - r_1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{s_1 - 1}{4} & 0 & \frac{1 + s_1}{4} & 0 & \frac{1 + s_1}{4} & 0 & \frac{-(1 + s_1)}{4} \\ 0 & \frac{r_1 - 1}{4} & 0 & \frac{-(1 + r_1)}{4} & 0 & \frac{1 + r_1}{4} & 0 & \frac{1 - r_1}{4} \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{pmatrix} -1.76 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & 6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & 6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & -6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} \\ 0.00 \times 10^{0} & -1.06 \times 10^{-2} & 0.00 \times 10^{0} & -3.94 \times 10^{-2} & 0.00 \times 10^{0} & 3.94 \times 10^{-2} & 0.00 \times 10^{0} & 1.06 \times 10^{-2} \\ -1.06 \times 10^{-2} & -1.76 \times 10^{-3} & -3.94 \times 10^{-2} & 6.57 \times 10^{-3} & 3.94 \times 10^{-2} & 6.57 \times 10^{-3} & 1.06 \times 10^{-2} & -6.57 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$B1^{T} = \begin{pmatrix} -1.76 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & -1.06 \times 10^{-2} \\ 0.00 \times 10^{0} & -1.06 \times 10^{-2} & -1.76 \times 10^{-3} \\ 6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & -3.94 \times 10^{-2} \\ 0.00 \times 10^{0} & -3.94 \times 10^{-2} & 6.57 \times 10^{-3} \\ 6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & 3.94 \times 10^{-2} \\ 0.00 \times 10^{0} & 3.94 \times 10^{-2} & 6.57 \times 10^{-3} \\ -6.57 \times 10^{-3} & 0.00 \times 10^{0} & 1.06 \times 10^{-2} \\ 0.00 \times 10^{0} & 1.06 \times 10^{-2} & -6.57 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Sehingga nilai matriks kekakuan di Gauss Point 1 adalah

$$k1 := h \cdot Wi \cdot Wj \cdot |J1| \cdot B1^{T} \cdot C \cdot B1$$

$$k1 = \begin{pmatrix} 8.89 \times 10^{4} & 4.29 \times 10^{4} & -2.29 \times 10^{5} & 3.21 \times 10^{4} & -3.32 \times 10^{5} & -1.60 \times 10^{5} & 2.67 \times 10^{5} & 3.83 \times 10^{4} \\ 1.72 \times 10^{4} & 6.96 \times 10^{4} & 6.41 \times 10^{4} & 9.93 \times 10^{4} & -6.41 \times 10^{4} & -2.60 \times 10^{5} & -1.72 \times 10^{4} & 3.20 \times 10^{4} \\ -2.29 \times 10^{5} & -3.21 \times 10^{4} & 1.24 \times 10^{6} & -5.98 \times 10^{5} & 8.55 \times 10^{5} & 1.20 \times 10^{5} & -1.10 \times 10^{6} & 3.35 \times 10^{5} \\ -6.41 \times 10^{4} & 9.93 \times 10^{4} & -2.39 \times 10^{5} & 9.69 \times 10^{5} & 2.39 \times 10^{5} & -3.71 \times 10^{5} & 6.41 \times 10^{4} & -4.79 \times 10^{5} \\ -3.32 \times 10^{5} & -1.60 \times 10^{5} & 8.55 \times 10^{5} & -1.20 \times 10^{5} & 1.24 \times 10^{6} & 5.98 \times 10^{5} & -9.95 \times 10^{5} & -1.43 \times 10^{5} \\ -6.41 \times 10^{4} & -2.60 \times 10^{5} & -2.39 \times 10^{5} & -3.71 \times 10^{5} & 2.39 \times 10^{5} & 9.69 \times 10^{5} & 6.41 \times 10^{4} & -1.20 \times 10^{5} \\ 2.67 \times 10^{5} & 7.90 \times 10^{4} & -1.10 \times 10^{6} & 4.23 \times 10^{5} & -9.95 \times 10^{5} & -2.95 \times 10^{5} & 1.06 \times 10^{6} & -1.60 \times 10^{5} \\ 6.41 \times 10^{4} & 3.20 \times 10^{4} & 2.39 \times 10^{5} & -4.79 \times 10^{5} & -2.39 \times 10^{5} & -1.20 \times 10^{5} & -6.41 \times 10^{4} & 3.47 \times 10^{5} \end{pmatrix}$$

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

Dengan melakukan hal yang sama pada Gauss Point 2, 3, dan 4 maka diperoleh kekakuan tiap point/ node berturut-turut

Sehingga kekakuan elemen 1 $[\,K\,]_{elemen\ 1}$ yaitu dengan menambahkan seluruh matriks kekakuan Gauss Point. $[K]_{elemenI} = [k]_1 + [k]_2 + [k]_3 + [k]_4$

$$\underbrace{\qquad}_{}^{1} \quad \overbrace{\qquad}^{2} \quad \overbrace{\qquad}^{7} \quad \overbrace{\qquad}^{8}$$

$$K = \begin{pmatrix} 1.43\times10^{6} & 3.72\times10^{5} & -6.91\times10^{5} & 1.61\times10^{5} & -1.00\times10^{6} & -8.04\times10^{5} & 6.24\times10^{5} & 9.80\times10^{4} \\ 1.49\times10^{5} & 1.12\times10^{6} & 3.21\times10^{5} & 3.00\times10^{5} & -3.21\times10^{5} & -7.83\times10^{5} & -1.49\times10^{5} & -5.34\times10^{5} \\ -6.91\times10^{5} & -1.61\times10^{5} & 2.57\times10^{6} & -9.19\times10^{5} & 1.77\times10^{6} & 1.84\times10^{5} & -2.32\times10^{6} & 8.50\times10^{5} \\ -3.21\times10^{5} & 3.00\times10^{5} & -3.68\times10^{5} & 2.01\times10^{6} & 3.68\times10^{5} & -7.69\times10^{5} & 3.21\times10^{5} & -1.16\times10^{6} \\ -1.00\times10^{6} & -8.04\times10^{5} & 1.77\times10^{6} & -1.84\times10^{5} & 2.57\times10^{6} & 9.19\times10^{5} & -2.02\times10^{6} & 1.15\times10^{5} \\ -3.21\times10^{5} & -7.83\times10^{5} & -3.68\times10^{5} & -7.69\times10^{5} & 3.68\times10^{5} & 2.01\times10^{6} & 3.21\times10^{5} & -7.88\times10^{4} \\ 6.24\times10^{5} & 3.33\times10^{5} & -2.32\times10^{6} & 8.73\times10^{5} & -2.02\times10^{6} & -2.30\times10^{5} & 2.39\times10^{6} & -8.04\times10^{5} \\ 3.21\times10^{5} & -5.34\times10^{5} & 3.68\times10^{5} & -1.16\times10^{6} & -3.68\times10^{5} & -7.88\times10^{4} & -3.21\times10^{5} & 1.40\times10^{6} \end{pmatrix}$$

Untuk elemen 1 derajat kebebasan tidak nol pada nodal 2 dan 7 sehingga matriks kekakuan elemen 1 diperoleh dengan hanya mengambil baris dan kolom 2 sampai dengan 4 yang terkait dengan derajat kebebasan tidak nol. Perlakuan yang sama untuk elemen yang lain dengan memperhatikan derajat kebebasan pada masing-masing elemen.

4. Menentukan beban ekivalen pada tiap nodal.

Diketahui : γ_{beton} = 2400 kg/m^3, Panjang bentangan pelat = 3,6 meter, Lebar bentangan pelat = 1,5 meter, Tebal pelat = 20 cm, Berat sendiri struktur = 0,2 x 2400 kg/m^3 = 480 kg/m^2, Beban merata = 250 kg/m^2, Dengan mengasumsikan besarnya beban yang bekerja pada pelat merupakan berat sendiri pelat ditambah beban merata yang bekerja pada permukaan pelat maka didapat beban total ekivalen sebesar 730 kg/m^2. Didistribusikan menjadi beban titik yang bekerja pada permukaan pelat sebesar 730 kg/m^2 x 3,6 m x 1,5 m = 3942 kg.

Elemen I

$$P = \begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \\ Fx_7 \\ Fy_7 \\ Fx_8 \\ Fy_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \end{Bmatrix}$$

Elemen II

$$P = \begin{Bmatrix} Fx_2 \\ Fy_2 \\ Fx_3 \\ Fy_3 \\ Fx_6 \\ Fy_6 \\ Fx_7 \\ Fy_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3942kg \end{Bmatrix}$$

Elemen III

$$P = \begin{Bmatrix} Fx_3 \\ Fy_3 \\ Fx_4 \\ Fy_4 \\ Fx_5 \\ Fy_5 \\ Fx_6 \\ Fy_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -3942kg \\ 0 \\ -3992kg \\ 0 \\ -3992kg \\ 0 \\ -3942kg \end{Bmatrix}$$

5. Menetapkan persamaan kesetimbangan antara peralihan dengan beban ekivalen dalam bentuk persamaan matriks untuk setiap titik nodal.

$[\,K\,]\{\,\delta\,\} = [\,P\,]$

Dimana :

δ = perpindahan / peralihan titik nodal

P = beban ekivalen titik nodal

K = kekakuan titik nodal

Dengan menyelesaikan persamaan kesetimbangan antara peralihan dengan beban ekivalen dalam bentuk persamaan matriks untuk setiap titik nodal, $[K]\{\delta\}=[P]$

Maka diperoleh peralihan pada tiap elemen sebagai berikut:

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

$$\{\delta\}1=\begin{Bmatrix}u_1\\v_1\\u_2\\v_2\\u_7\\v_7\\u_8\\v_8\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0.0129077\\-0.026635\\-0.024084\\-0.024191\\0\\0\end{Bmatrix}\quad \{\delta\}2=\begin{Bmatrix}u_2\\v_2\\u_3\\v_3\\u_6\\v_6\\u_7\\v_7\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-0.02089\\-78.7833\\0.00000\\-0.88602\\-97.724\\-0.80046\\-97.7454\\-78.991\end{Bmatrix}\quad \{\delta\}3=\begin{Bmatrix}u_3\\v_3\\u_4\\v_4\\u_5\\v_5\\u_6\\v_6\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-0.02089\\-78.7833\\0.00000\\-0.88602\\-97.7245\\-0.80046\\-97.7454\\-78.991\end{Bmatrix}$$

Sehingga dari rumus {ε} = [B] { δ } regangan yang terjadi adalah:

Elemen 1 **Elemen 2** **Elemen 3**

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-0.000073\\0.000013\\-0.000528\end{Bmatrix}\quad \begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0.000172\\0.000153\\-0.00522\end{Bmatrix}\quad \begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0.000174\\0.000157\\-0.00527\end{Bmatrix}$$

6. Hitung tegangan pada titik tertentu dalam elemen

Besarnya tegangan yang terjadi pada masing-masing elemen diperoleh dengan rumus :

$$\{\sigma\}=[D]\{\varepsilon\}$$

$$D := \frac{E}{1-\upsilon^2}\cdot\begin{pmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2}\end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix}2.20\times10^5 & 6.59\times10^4 & 0.00\times10^0\\ 6.59\times10^4 & 2.20\times10^5 & 0.00\times10^0\\ 0.00\times10^0 & 0.00\times10^0 & 7.69\times10^4\end{pmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\\sigma_y\\\tau_{xy}\end{Bmatrix}=\frac{E}{1-\upsilon^2}\begin{bmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\gamma_{xy}\end{Bmatrix}$$

Dengan E = 2 x 10^5 kg/cm^2 , dan υ

= 0,3

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1. Kesimpulan

Dari hasil perhitungan tegangan yang terjadi pada pelat dengan menggunakan metode elemen hingga, maka penulis dapat menyimpulkan sebagai berikut :

1. Metode Elemen Hingga cukup valid penggunanya dalam menghitung tegangan yang terdapat pada pelat dibandingkan perhitungan secara analitis.
2. Ketelitian perhitungan sangat tergantung kepada pengambilan jumlah elemen dari suatu struktur. Makin banyak elemen yang digunakan tingkat ketelitian makin besar. Persentase selisih hasil perhitungan dengan menggunakan metode analitis dan metode elemen hingga cukup besar yakni 11,13%.
3. Dari penyelesaian kasus diatas dengan jumlah elemen sebanyak 3 elemen nilai tegangan belum mencapai atau masih sangat jauh dari nilai yang diharapkan atau belum mendekati nilai analitis. tegangan maksimum akibat momen dengan menggunakan metode elemen hingga sebesar 2976369,99kg/cm^2 dan dengan metode analitis tegangan maksimum yang terjadi adalah 2977489kg/cm^2

4.2. Saran

1. Dalam menghitung tegangan yang bekerja pada pelat dengan menggunakan metode elemen hingga yang harus diperhatikan secara seksama adalah kita harus mengetahui jenis beban yang diterima struktur.
2. Pemilihan fungsi perpindahan karena hal tersebut menentukan secara langsung perilaku elemen dalam analisa.
3. Penggunaan program yang berbasis Metode Elemen Hingga sebagai

DINTEK
www.jurnal.ummu.ac.id/dintek
Jurnal Teknik
Vol. 14 No.2 September 2021
E-ISSN : 2589 - 8891
Print-ISSN: 1979-3855
Page : 44 - 54

program bantu untuk memvalidasi hasil analisa perhitungan pelat.
4. Semoga dengan adanya tugas ini dapat memberikan gambaran kecil mengenai manfaat dari penggunaan Metode Elemen Hingga.

Daftar Pustaka

Ervianto, Wulfram, 2004, *Analisis Struktur Statis tak tentu(soal dan penyelesaian*),Andi. Jakarta

Hadipratomo, Winarni dan Paulus P.Raharjo 1985, *Pengenalan Metoda Elemen Hingga Pada Teknik Sipil*, Nova. Bandung.

Katili, Irwan, 2003, *Metode Elem Hingga Untuk Pelat Lentur* , Universitas Indonesia Pres. Jakarta

Raharjo, Paulus, 2004, *Pengenalan Metoda Elemen Hingga Pada Teknik Sipil*. Nova. Jakarta

Susatio, Yerri 2004, *Dasar-Dasar Metode Elemen Hingga*, Andi. Jakarta.

Timoshenko, Gere, 1997, *Mekanika Bahan*, Erlangga. Jakarta.

http://www.duniatekniksipil.web.id *upload* 12 November 2010 analisis dan perencanaan flat slab berdasarkan peraturan ACI 318M-2005

http://www.duniatekniksipil.web.id *upload* 16 Desember 2010 simulasi metode elemen hingga untuk menghitung termal stress pada bahan struktur yang terkorosi

http://sipil-uph.tripod.com. 22 November 2010, Analisis Slip Pada Plat Lapis Gedek